BULLETIN INTERNATIONAL

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE CRACOVIE

COMPTES RENDUS

DES

SÉANCES DE L'ANNÉE 1895.

AVRIL



CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1895.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE:

S. A. I. L'ARCHIDUC CHARLES LOUIS.

VICE-PROTECTEUR: S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§. 2). L' Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§. 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§. 12). La langue officielle de l'Académie est le polonais; c'est dans cette langue que paraissent ses publications.

Le Bulletin international paraît tous les mois, à l'exception des mois de vacances (août, septembre), et se compose de deux parties, dont la première contient l'extrait des procès verbaux des séances (en français), la deuxième les résumés des mémoires et communications (en français ou en allemand, au choix des auteurs).

Le prix de l'abonnement est 3 fl. = 8 fr.

Séparément les livraisons se vendent à 40 kr. = 90 centimes.

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza generalnego Dr. Stanisława Smolki.

Kraków, 1895. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem A. M. Kosterkiewicza.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
DE CRACOVIE.

No 4. **Avril.** **1895.**

Sommaire: Séances du 1, 2, 22, avril 1895. — Résumés: 20. A. Prochaska. De l'authenticité des lettres de Gédymin. -- 21. A. Prochaska. La Podolie, fief de la Couronne de Pologne, 1352—1420. — 22. J. Baudouin de Courtenay. Essai d'une théorie des alternations phonetiques. — 23. J. Nowak. Nouvelles recherches sur la structure et le développement du placenta humain. — 24. M. Siedlecki. Sur la structure et la division des leucocytes chez les Urodèles. — 25. F. Kreutz. Le sel gemme et la fluorite, leur teinte, leur fluorescence et leur phosphorescence. — 26. C. Żorawski. Sur les invariants intégraux des groupes continus des transformations. — 27. L. Natanson. Sur la détente adiabétique au voisinage du point critique.

Séances

Classe de Philologie

Séance du 2 avril 1895

Présidence de M. L. Łuszczkiewicz

M. Joseph Tretiak, m. c., donne lecture de son travail intitulé: *Sur l'origine des poésies de la jeunesse de Bohdan Zaleski.*

M. Lucien Malinowski, m. t., présente son mémoire: *Sur les glosses polonaises d'un manuscrit de 1438, conservé dans la Bibliothèque Ossoliński, à Léopol* (Sign. N. 379).

M. Jean Baudouin de Courtenay, m. t., rend compte de l'ouvrage de Valentin Skorochód Majewski, *Grammaire de la langue turque,* revue et augmentée par M. Damien Rolicz Lieder.

Classe d'Histoire et de Philosophie

Séance du 22 avril 1895

Présidence de M. L. Łuszczkiewicz

Le Secrétaire présente deux travaux de M. Antoine Prochaska, m. c., *De l'authenticité des lettres de Gédimin* [1]) et *La Podolie, fief de la Couronne de Pologne, 1352—1420* [2]).

M. Charles Potkański donne lecture de son travail intitulé: *Sur les établissements des populations primitives en Pologne, 2e partie: Gardiens des ruches et leur organisation.*

Classe des Sciences mathématiques et naturelles

Séance du 1 avril 1895

Présidence de M. F. Kreutz

Le Secrétaire présente le compte-rendu de M. T. Browicz, m. c., sur le travail de M. J. Nowak: *Nouvelles recherches sur la structure et le développement du placenta humain* [3]).

M. J. Rostafiński, m. t., rend compte du travail de M. M. Siedlecki: *Sur la structure et la division des leucocytes chez les Urodèles* [4]).

M. Félix Kreutz, m. t., donne lecture de son mémoire, intitulé: *Le sel gemme et la fluorite; leur teinte, leur fluorescence et leur phosphorescence* [5]).

Le Secrétaire donne lecture du compte-rendu de M. A. Wierzejski, m. c., sur le travail de M. M. Kowalewski: *Etudes helminthologiques, III partie: Bilharzia polonica.*

1) Voir ci-dessous aux Résumés p. 104. — 2) ib. p. 106. — 3) ib. p. 109. — 4) ib. p. 114. — 5) ib. p. 118.

M. Ladislas Natanson, m. c., rend compte du travail de M. Casimir Żorawski: *Sur les invariants intégraux des groupes continus des transformations* [1]).

Le même présente son mémoire: *Sur la détente adiabétique au voisinage du point critique* [2]).

1) Voir ci-dessous aux Résumés p. 127. — 2) ib. p. 130.

Résumés

20. — A. PROCHASKA. **O autentyczności listów Gedymina**. (*De l'authenticité des lettres de Gédymin*).

Au début de son travail, l'auteur expose l'état de la question si controversée de l'authenticité des lettres de Gédymin. On sait que, dans ces documents, ce prince témoigne le désir d'embrasser le christianisme, prie à cet effet le pape Jean XXII d'envoyer des légats, et demande enfin aux princes chrétiens ainsi qu'aux villes hanséatiques de le seconder pour mener à bien l'oeuvre de l'introduction de la religion catholique en Lithuanie. Ces projets échouèrent complètement; aussi prétendit-on immédiatement que les lettres étaient apocryphes, que ce prince n'avait jamais pu avoir de semblables desseins. Ces bruits, nés parmi les contemporains de ce grand-duc, furent surtout propagés par les Chevaliers de l'Ordre teutonique. L'auteur cite les preuves à l'appui de ces négations, fournies par Voigt, Bonnell et Antonowicz; il rapporte aussi les preuves contraires exposées par l'historien Narbutt: il les soumet les unes et les autres à une sévère critique. D'après les matériaux publiés par Napierski dans les Russich-Livl. U. B. il est certain que ce sont les Franciscains de de Wilna qui ont écrit ces fameuses lettres, mais, à la sollication expresse de Gédymin. Il s'agit maintenant de savoir

jusqu'à quel point les instructions de Gédymin furent dépassées. Y a-t-il eu mystification? a-t-on exprimé dans ces lettres des idées qui ne furent jamais dans la pensée de Gédymin? Les contemporains l'ont prétendu et ont même assuré que cette supercherie fut exécuté d'accord avec la ville de Riga. Or il est certain que la lettre de Gédymin fut envoyée à Rome, au pape, en 1422, et qu'à cette date, ainsi que cela ressort clairement de la lettre confidentielle adressée à Gédymin par les habitants de Riga, ceux-ci ignoraient complètement que ce prince eût envoyé un mandataire à Rome. D'un autre côté, la relation authentique des légats nous apprend que Gédymin ne s'adressa à la ville de Riga, pour la charger de la transmission de sa seconde lettre, que lorsque les Teutoniques eurent outragé l'envoyé qu'il avait dépêché vers la Curie. Cette même relation dit encore que les secrétaires ont écrit ces lettres sous la dictée même du prince, sans ajouter un mot aux instructions qu'ils en recevaient, ainsi qu'ils l'ont d'ailleurs avoué eux-mêmes. Le roi avait, en 1322, et l'année suivante, l'intention de recevoir le baptême. Ce n'est qu'à la fin de 1323 qu'il fut contraint de renoncer à ce dessein.

Dans les chapitres suivants, l'auteur nous expose les motifs qui décidèrent Gédymin à ajourner l'exécution de ses projets. Les voici: l'isolement où les Teutoniques tenaient la Lithuanie en lui fermant toute relation avec l'Occident; l'inutilité du traité d'alliance de Wilna, signé, en 1323, par Gédymin et les chrétiens, juré par les Teutoniques, en octobre, tandis que dès le mois de novembre ceux-ci contractaient avec Novogorod-la-Grande, une alliance tout spécialement dirigée contre Riga et la Lithuanie; la pression que l'Ordre exerçait en Livonie pour faire déclarer la guerre à la Lithuanie; enfin les soulèvements suscités en Ruthénie et en Samogitie, pour soustraire ces provinces à la souveraineté de Gédymin, et, par là, menacer l'existence même de l'état qui venait à peine de se constituer.

C'est ainsi que l'Ordre Teutonique fit obstacle à la conversion de la Lithuanie. Le roi qui, en 1323, lors de l'as-

semblée de Wilna, avait déclaré ouvertement devant les réprésentants de la chrétienté qu'il était décidé à embrasser la foi catholique, mais qu'il attendait, pour réaliser eette promesse, l'arrivée des légats qu'il avait demandés, dut, en présence de l'alliance des Teutoniques et de Novogorod, non seulement ne pas persévérer dans son entreprise, mais encore, en 1324, après l'arrivée des légats, annoncer solennellement qu'il y renonçait à tout jamais, seul moyen qu'il eut alors pour empêcher un soulèvement de ses sujets. Ces faits sont péremptoirement prouvés, non seulement par les documents contemporains qui jusqu'ici n'ont pas été étudiés avec l'attention qu'ils méritent, non seulement par ce traité de Novogorod dont la date elle-même avait été faussement déterminée, mais encore par la bulle d'excommunication fulminée contre les Teutoniques par Frédéric, archevêque de Livonie, bulle dans laquelle il est expressément dit que ces Chevaliers ont paralysé la bonne volonté du grand-duc et l'ont empêché d'abjurer le paganisme. Cette excommunication fut lancée en présence d'un des légats qui était parfaitement au courant de la question. D'ailleurs les deux plénipotentiaires du Saint-Siége, après un séjour de plus d'une année à Riga, après avoir pris connaissance de l'état de choses, loin de rompre avec Gédymin, même après que celui-ci eut renié son intention de passer au christianisme, ordonnèrent aux princes chrétiens de conserver, pendant quatre ans encore, leurs relations amicales avec la Lithuanie. Ils avaient évidemment l'espoir que l'Ordre Teutonique cesserait de faire obstacle à la conversion de Gédymin et de son peuple.

---

21. — A. Prochaska. **Podole lennem Korony Polskiej.** *(La Podolie, fief de la Couronne de Pologne. 1352—1420).*

Quelle était l'organisation intérieure des territoires ruthènes dépendant de la Couronne de Pologne? Quels liens les atta-

chèrent à cette dernière après la conquête de Casimir-le-Grand? Les historiens ont émis des opinions fort contradictoires au sujet de ces deux questions. Il nous semble pourtant que la seconde, tout au moins, peut être résolue en considérant la situation de la Podolie vis-à-vis de la Russie Rouge. Aussi l'auteur s'est-il attaché à l'examen des moments qui, dans l'histoire de ces contrées, depuis Casimir le Grand jusqu'à la fin du règne de Ladislas Jagellon, peuvent fournir des éclaircissements sur les rapports juridiques et politiques qu'elles avaient avec la Pologne. A l'aide de la relation que nous a laissée un chroniqueur contemporain, Jean de Czarnków, et du texte du traité d'alliance que Casimir-le-Grand conclut avec la Lithuanie, en 1366, M. Prochaska affirme que ce roi avait en Podolie des vassaux qui restèrent, à l'égard du souverain, dans la même condition feudataire, sous le successeur de Casimir, Louis d'Anjou, en même temps roi de Hongrie, comme on le sait. Cependant les Hongrois, essayent bientôt de rattacher la Podolie à la Hongrie, et, dans ce but, un feudataire de la couronne de Saint Etienne, Théodore, fils de Koriat, s'établit en Podolie. Mais ces tentatives des Hongrois amènent la guerre entre ceux-ci et les Polonais. Dès 1391, Ladislas Jagellon, s'empare de toute la Podolie occidentale. En même temps il arrache la Lithuanie aux entreprises conquérantes des Teutoniques, alliés à Witold. Deux ans après il fait Théodor prisonnier et place toute la province sous le gouvernement de ses starostes. En 1395, il cède la partie occidentale de la Podolie, comme fief dépendant de la couronne de Pologne, au fameux chevalier Spytko de Melsztyn, tandis que toute la partie orientale reste sous la domination immédiate des fonctionnaires désignés par le roi. Après la mort héroïque de Spytko, à la bataille de Worskla, livrée aux Tatars, le roi donne le fief de Podolie à son propre frère Swidrygiełło qui bientôt, de connivence avec les Teutoniques, fait de cette province un foyer de révoltes contre le roi, une base d'opérations pour parvenir à la souveraineté de la Lithuanie. Cependant le roi réussit à étouffer cette sédition, et jusqu'en 1411, il délègue son pouvoir

sur ce pays à des starostes. Swidrygiełło qui s'était enfui en Prusse, est rappellé en 1404, et obtient en Podolie, non comme on l'a injustement prétendu, la restitution de la possession feudataire de la province, mais seulement les revenus de quelques domaines.

Dès lors, il n'y a plus en Podolie que de petits vassaux, soumis à l'autorité des starostes, représentants du pouvoir royal. Ces derniers, malgré les nombreuses mutations dont ils furent l'objet, surent si bien administrer les pays confiés à leur garde, et les défendre contre les incursions des Tatars, que l'abondance ne tarda pas régner parmi les tenanciers des terres, en sorte qu'ils s'étendirent rapidement jusqu'aux limites primitives de cette province, c'est-à-dire jusqu'à la Mer Noire, et que, lors de l'expédition célèbre contre l'Ordre Teutonique, expédition que termina la glorieuse victoire de Grunwald, la Podolie fournit à l'armée polonaise les deux meilleures compagnies de chevaliers armés.

Ce n'est qu'en 1411 que le roi céda definitivement la Podolie à Witold, sans rompre toutefois les anciennes attaches de vasselage qui liaient cette terre et ses habitants à la couronne de Pologne. La meilleure preuve de cette continuité de sujétion est le refus des gentilshommes de Podolie de rendre hommage à Witold (1418). Celui-ci eut alors recours au roi qui imposa alors à la noblesse podolienne l'obligation de reconnaître la suzeraineté de Witold, sans que cependant cette reconnaissance portât préjudice à la suzeraineté plus haute de la couronne. La Podolie resta donc fief de la Pologne, et comme telle, prit part aux démarches que fit la noblesse polonaise pour obtenir les privilèges attachés à la chevalerie de la Couronne, privilèges qui leur furent enfin accordés à l'assemblée générale de Jedlno, en 1430.

L'auteur signale les différences qui existaient entre ce fief podolien et ceux qui étaient situés à l'orient du royaume, en Ruthénie et en Lithuanie. Voici les principales.

1° En Podolie on n'exigeait pas du vassal l'humble hommage auquel les fiefs orientaux étaient soumis envers leurs

suzerains. Cet hommage nommé en ruthénien czołobitnia, pokora (front dans la poussière, soumission) était par ses manifestations extérieures, une marque d'humiliation si absolue qu'elle portait tout simplement atteinte à la dignité humaine.

2° Le vassal ne payait à la Couronne aucune redevance annuelle, comme cela avait lieu en Ruthénie. La Couronne au contraire lui fournissait une dotation sur les revenus des mines de sel de Wieliczka et de Bochnia, afin de l'encourager à redoubler de zèle dans ses travaux et dans la défense du christianisme, contre les payens et les Tatars. Ce subside avait une signification symbolique. La Couronne, mère et nourrice de ses vassaux leur offrait le pain et le sel, (elle y joignait aussi des secours pécuniaires) pour les exciter à rester fidèles aux idées chrétiennes et à résister fermement à toutes les attaques des barbares.

---

22. — J. Baudouin de Courtenay. **Próba teorji alternacyj fonetycznych.** Część I. ogólna. (***Versuch einer Theorie phonetischer Alternationen.*** I. allgemeiner Theil). Rozprawy Wydz. filol. tom XX. 1894, S. 219—364.

Angesichts dessen, dass auch eine deutsche Bearbeitung desselben Themas in der Form eines besonderen Büchleins u. d. T. „*Versuch einer Theorie phonetischer Alternationen.* Ein Capitel aus der Psychophonetik. Von J. Baudouin de Courtenay. Strassburg. Commissionsverlag von Karl J. Trübner. 1895“ (S. VI + 124) erschienen ist, würde ein etwas ausführlicheres Résumé über diese Abhandlung vollkommen überflüssig sein.

---

23. — I. Nowak: **Dalsze badania nad budową i rozwojem ludzkiego łożyska.** (***Weitere Untersuchungen über den Bau und die Entwickelung des menschlichen Mutterkuchens***).

In der obigen Arbeit veröffentlicht der Verfasser die Resultate seiner weiteren Untersuchungen über den Bau und die

Entwickelung des menschlichen Mutterkuchens. Die Untersuchungen hat er theils an demselben Materiale durchgeführt, welches ihm zur Aufklärung der Frage, in welcher Weise die Communication zwischen den intervillösen Räumen und den mütterlichen Gefässen zu Stande komme u. s. w. in einer schon früher hierorts mit Prof. Mars publicierten Arbeit, gedient hat. Dieses Material wurde noch durch zwei schwangere Gebärmutter bereichert, nämlich mit einer vom Anfange des zweiten Schwangerschaftsmonates, und einer anderen vom achten Monate.

Hier beschäftigt sich der Verfasser mit dem Bau der Decidua und mit der Bedeutung, welche den in der Decidua zu findenden Drüsen und Gefässen [spongiöse Schichte], zukommt, mit der Verbindung zwischen den Zotten und der Decidua und dem Aussehen der äusseren Oberfläche des Zottenepithels. Er verfügte über 1500 Senènpräparate, die von dem früheren Materiale stammen, und über einige hundert Serienschnitte, welche er von den oben angeführten Gebärmuttern verfertigte. Seine Resultate erläutert er an der Hand von 11 colorierten mikrophotographischen Abbildungen seiner Präparate.

Die Resultate sind folgende:

1) Das Epithel der Decidua-Drüsen unterliegt mit der Zeit gewissen Veränderungen; aus einem cylindrischen wird es kubisch und später auch platt, in manchen Drüsen wird es auch von den Drüsenwandungen abgehoben und abgelöst und liegt frei in ihrem Inneren. Hier degeneriert es sehr oft, indem es in eine homogene feinkörnige Masse umgewandelt wird, deren Theil auch das im Lumen der Drüse sich befindende Drüsensecret, bildet.

2) Die Drüsen der Decidua gehen während der ganzen Schwangerschaftsdauer mit dem Placentaraume keine Verbindung ein, es kann aber vorkommen, dass eine Drüse hie und da mit den intervillösen Räumen eine Verbindung eingeht; dies geschieht jedoch nur zufällig und ist für die Entwickelung der Placenta bedeutungslos.

3) Die Deciduadrüsen, die im Anfange der Schwangerschaft eng sind, erweitern sich später und stellen Hohlräume

vor, welche an Präparaten leer, oder mit den abgelösten Drüsenepithelien, oder mit der oben beschriebenen feinkörnigen Masse, gefüllt sind.

4) Stellenweise verkümmern die zwischen den dicht beisammen liegenden Drüsen befindlichen Decidualsepta, wodurch eine Vereinigung mehrerer Drüsenlumina zu einer gemeinschaftlichen Lacune entsteht. Wenn nun in der Nähe solcher Drüsen sich Gefässe finden, so kommen auch diese mit den kurz zuvor beschriebenen Drüsenräumen in Verbindung und bilden blutgefüllte Lacunen, denen aber die von Gottschalk zugemuthete Bedeutung nicht zukommt. Solche bluterfüllte Lacunen finden sich zwar hie und da, dennoch bilden sie nur einen zufälligen Befund.

5) Stellenweise findet man bei volkommen intacten Drüsenwandungen im Inneren der Drüsen weisse und rothe Blutzellen, die per Diapedesin eingedrungen zu sein scheinen.

6) Die Drüsen lagern meistentheils in den Oberflächenschichten der Decidua, während Gefässe in den tieferen zu liegen kommen; sie werden aber auch nebeneinander liegend gefunden.

7) Da Drüsen, wie schon früher bemerkt wurde, keine Verbindung mit dem Placentaraume eingehen, so können auch keine Zotten in ihre Lumina hineinwachsen.

8) In der Decidua befindet sich auch eine grosse Anzahl von zumeist die tieferen Deciduaschichten durchziehenden Gefässen, welche somit über den Drüsen, manchmal jedoch neben ihnen zu sehen sind. Am zahlreichsten kommen sie an der Grenze zwischen der Decidua und dem muskulären Gewebe der Gebärmutter vor; sehr zahlreich sind sie auch in den Muskelschichten der Gebärmutterwand, welche der Decidua angrenzen.

9) Die spongiöse oder ampulöse Schichte der Decidua wird also durch die erweiterten Drüsen wie auch durch die decidualen Gefässe gebildet. Die Spongiosität dieser Schichte verdankt auch zum Theil diesen Charakter der obersten Lage der Gebärmutterwand, in welcher, wie oben erwähnt, zahlreiche Gefässe vorhanden sind.

10) Auf dieser spongiösen Schichte der Decidua befindet sich eine spärliche Lage eines compacten decidualen Gewebes, welches, wie weiter ersichtlich, später an Dicke zunimmt.

11) Wie bekannt, werden in den frühen Schwangerschaftsperioden und manchmal auch später die oberflächlichen Deciduaschichten aufgelöst und ihre Zellen in ihrem Zusammenhange gelockert, auseinandergeschoben, sodann durch den Blutstrom auch in die decidualen Gefässe, wo man ihnen oft und zahlreich begegnet, weggeschwemmt. Ein solches Gefäss, in dem sich mehrere Deciduazellen finden, kann leicht einen Durchschnitt, der mit abgelösten Epithelien gefüllten Drüse, vortäuschen. Dies kann namentlich dann leicht vorkommen, wenn die Zellen den Gefässwänden dicht anliegen, wodurch das Gefässendothel gar nicht, oder nur undeutlich, sichtbar wird.

12) Man kann wiederum leicht mit Gefässen solche Drüssen verwechseln, deren Epithel so abgeplattet ist, dass es den Endothelzellen ähnelt.

13) Die Chorionzotten treten in den frühesten Entwickelungsperioden der Schwangerschaft mit der Decidua auf diese Weise in Verbindung, dass ihr Epithelplasma mit dem, die Decidua-Oberfläche bedeckendem Fibrinstreifen, sich verklebt; darin nehmen auch die Leukocyten des mütterlichen Blutes und Reste des umgewandelten Uterusepithels, d. h. die, auf der Deciduaoberfläche anhaftenden Syncithialinseln, einen Antheil.

14) Die Chorionzotten verbinden sich mit der Decidua, oder vielmehr mit dem Fibrinstreifen auch mittelst ihrer epithelialen Endsprossen, die hie und da der Decidua-Oberfläche in einer weiteren Ausdehnung anhaften, sich hier verbreitern, später sehr dünn werden und das Endothel oft vortäuschen.

15) Die Verbindung der Zotten mit der Decidua kommt in späteren Entwickelungs-Stadien auch auf diese Weise zu Stande, dass das epithellose Zottenstroma mittels des Fibrinstreifens mit der Decidua sich vereinigt.

16) Sehr wichtige Vermittler dieser Verbindung zwischen den Zotten und der Decidua, welche im Laufe der Schwangerschaft entsteht, sind die subepithelialen Zellen des Zotten-

stromas, die sogenannte Zellschicht Langhan's. Diese wuchern stark und bilden gegen die Decidualoberfläche sich erstreckende Fortsätze, an deren Spitze das sie bekleidende Epithel immer dünner wird und endlich zerreisst; die Zellen der Vorsätze vereinigen sich sodann mit dem Fibrinstreifen, oder wenn derselbe schon atrophiert ist, unmittelbar mit dem decidualen Gewebe.

17) Diese zelligen Fortsätze der Zotten (die sogenannten Zellsäulen) bilden nach Anwachsen an die Deciduaoberfläche eine foetale Schichte des decidualen Gewebes.

18) Die Decidua serotina besteht also in den späteren Entwickelungsperioden stellenweise aus zwei Schichten, einer tieferen der spongiösen, die mütterlichen Ursprungs ist, und einer oberflächlichen, compacten, fötaler Herkunft. Diese zwei Schichten sind von einander durch den Fibrinstreifen getrennt, obwohl hie und da dersalbe auch mangelt und die Zellen der beiden Schichten unmittelbar mit einander verwachsen.

Im Bau beider Schichten finden wir in frühen Schwangerschafts-Perioden deutliche Unterschiede, nämlich die Zellen der fötalen Schichte der Decidua nehmen Farbstoffe kräftiger an, sind von mehr regelmässiger Gestalt als die, der mütterlichen, und während die letzteren schon vorwiegend spindelförmig geworden sind, zeigen die ersteren noch eine runde oder ovale Form, auch finden wir zwischen den letzteren kein, oder nur ein wenig intercelluläres Gewebe. Diese Schicht besitzt auch keine Drüsen und keine Gefässe, ist also compact.

19) Später werden die Zellen der fötalen Schichte der Decidua und ihre Anordnung immer ähnlicher denen des mütterlichen Theils; beide besitzen ein gleiches Quantum des interzellulären Gewebes und endlich wachsen sie so· innig miteinander zusammen, dass man sich nur bei Durchmusterung completer Schnittserien von der fötalen Herkunft eines Theils der Decidua überzeugen kann.

20) Man betrachtet die mütterliche Decidua als bindegewebigen Ursprungs: es wäre also schwer das innigste Zu-

sammenwachsen und Ineinander-Übergehen des mütterlichen und des fötalen Theils der Decidua zu begreifen, wenn die letztere aus epithelialen Zellen gebaut wäre, welches innige Ineinanderwachsen beider Theile der Decidua aber leichter erklärbar wäre, wenn auch der fötale Theil der Decidua als zelluläres Bindegewebe aufgefasst werde.

21) Beim Anwachsen der Zotten an die Decidua übergeht ihr Epithel stellenweise auf die Oberfläche der letzteren und haftet ihr in gewisser Ausdehnung an, es wird dann dünner, seine Kerne lang bis spindelförmig und es kann einen endothelialen Überzug auf der Oberfläche der Decidua vortäuschen.

22) Die Angaben über das Hineinwachsen der Zotten in die Gefäss-und Drüsen-Lumina der Decidua behufs Vereinigung haben keine Grundlage, obwohl man in den, mit den interwillösen Räumen communicierenden decidualen Gefässen hie und da Zotten finden kann, was aber nur zufällig vorkommt und von keinerlei Bedeutung ist.

23) In den früheren Schwangerschafts-Perioden erscheint die äussere Oberfläche des, das Zottenepithel bildenden Protoplasmas, uneben und manchmal auch mit mehr oder weniger langen Cilien versehen, denen vielleicht eine Bedeutung bei dem, zwischen den mütterlichen und den fötalen Bestandtheilen der Placenta stattfindenden Stoffwechsel zukommt.

---

24. — M. Siedlecki: **O budowie leukocytów u jaszczurów i podziale ich jądra.** (***Über die Structur und Kerntheilungs vorgänge bei den Leukocyten de. Urodelen***).

Der Verfasser studierte vornehmlich die Leukocyten der lymphatischen Randschicht der Salamandrinen-Leber und be-

diente sich dabei aller neuesten Methoden der Fixierung und Färbung; vor allem benutzte er die Heidenhain'sche Haematoxylin-Eisenlack-Methode, mit einer von ihm eingeführten Modification derselben, die darin bestand, dass er anstatt Eisenoxyd-Alaun milchsaures Eisenoxydul benutzte. Dabei wandte er verschiedene Protoplasmafärbungen an, mit jener Methode combiniert; vor allem aber bediente er sich der Ehrlich-Biondi'schen Dreifarbenmischung.

Das Protoplasma zeigte immer sehr deutlich, dass es aus zwei von einander streng gesonderten Theilen zusammengesetzt war. Der eine von ihnen, das Archoplasma, zeigt stets eine radiäre Structur, und zwar sind alle Fäden nach einem Punkte centriert. An den Radien konnte Verfasser deutlich einen mikrosomalen Bau unterscheiden, und zwar so, dass einzelne Mikrosomen an allen Radien in gleichen Abständen von der Mitte lagen, was das Bild der concentrischen Kreise (Heidenhain) hervorruft. Manchmal fand er die Mikrosomen aller Radien so dicht neben einander gestellt und so zahlreich angehäuft, dass sie im Ganzen einen breiten Ring darstellten (Fig. 3).

Den Verlauf der Radien fand der Verfasser immer gerade oder nur wenig gebogen. Sie giengen von der Mitte der Zelle aus und liefen bis an die äusserste Grenze derselben, wobei sie sich aber nie an den Kern hefteten, noch ins Innere desselben einzudringen trachteten. Die Behauptung Reinke's, dass sie innig mit dem Kerngerüst verbunden seien, hält der Verfasser für unerwiesen. Einige der oben genannten Radien waren von grösserer Dicke, als die anderen (Fig. 1. und die folgenden). Diese betrachtet der Verfassser als Mutterfäden, aus denen durch Längstheilung neue Radien entstehen sollen. Als Insertionspunkt für alle centrierten Fäden dient das Heidenhain'sche Mikrocentrum, das der Verfasser auf seinen Präparaten stets aus zwei oder drei, manchmal mit einander verbundenen Centralkörpern zasammengesetzt fand.

Der Kern ist von sehr mannigfacher Gestalt und zeigt alle möglichen Übergangsformen von der typisch kugeligen oder ovoiden zur stark polymeren (mehrlappigen) Form. Alle diese Formen zeigen aber im Wesentlichen eine und dieselbe Structur. Abgesehen davon, dass das Verhältnis zwischen Chromatin, Linin und Lanthanin (Oedematin) in allen Kernformen gleich ist, ist auch die Lage der Chromatinmassen in allen Fällen ebenso geblieben, wie sie in den Endstadien der Karyomitose durch die Lage der Chromosomen vorgeschrieben ist. Bei den sehr in die Länge ausgezogenen und dabei verbogenen Kernen stellen sich die durch Umwandlung der ursprünglichen Chromatinschleifen entstandenen Chromatinfäden mit ihren Enden so, dass sich ihre Längsachsen verlängert in dem geometrischen Mittelpunkt der Kernmasse treffen würden. Diese polare Anordnung ist so stark ausgeprägt, dass sie selbst an Stücken der angeschnittenen Ringkerne deutlich zu erkennen ist.

Dieses Verhalten des Chromatins ist ein Zeichen der qualitativen Einheit des mehrlappigen Kernes, der in allen Theilen gleichzeitig dieselben Erscheinungen hervoruft. Das wäre also eine Ergänzung zu der Behauptung Heidenhein's, dass die Summe der Lappen quantitativ gleich dem Mutterkerne sei. Die lappige Gestalt des Kernes findet der Verfasser am naturgemässesten durch das Heidenhain'sche Princip der ursprünglichen Identität der Länge der organischen Radien erklärt.

Alle Lappen des Kernes treten zugleich in die ersten Stadien der Mitose ein und setzen dieselbe stets gleichmässig fort, ohne dass dabei der Kern zur runden oder rundlichen Gestalt zurückkehrte oder irgendwie seine Gestalt als Ganzes zu ändern bestrebt wäre. Die sich differenzierenden Chromatinschleifen gehen auch bei den mehrfach gebogenen Kernen nach Verschwinden der Kernmembran gleich in ein Muttersternstadium über. (Fig. 5—7).

Diese Gleichzeitigkeit und Gleichmässigkeit der Entwickelung der Mitose gibt dem Verfasser Anlass zu der Annahme,

dass die mehrlappigen Kerne als ein Ganzes aufzufassen sind, da einzelne Lappen stets gleichzeitig und gleichmässig in Action treten.

Der Verfasser betrachtet auf Grund seiner Präparate die Behauptungen, dass die polymeren Kerne als amitotische Kerntheilung aufzufassen seien, als gänzlich unerwiesen. Degenerierende Formen sind sie auch nicht, da, nach der Berechnung von 1000 Zellen, der Procentgehalt der polymeren Kerne in der lymphatischen Randschicht über 80% beträgt. Solche Masse von Kernen kann unmöglich dem Untergange zufallen.

Das ringförmige Zwischenkörperchen, wie es Heidenhain beschreibt, hält der Verfasser für einen Färbungseffekt des Haematoxylin Eisenlack-Verfahrens. Er bemerkte nämlich, dass an verschiedenen Geweben der Theil des Protoplasmas, der entweder selbst einen hohen Grad der Contractionsfähigkeit besitzt oder aus äusseren Gründen der Contraction unterliegt, immer sehr schwer die schwarze Farbe bei der Differenzierung aus sich extrahieren lässt. Der äquatoriale Theil der Mutterzelle befindet sich während der Theilung in dem eben geschilderten Zustande, gibt natürlich denselben Färbungseffekt und führt so zur Bildung des Ringes um die eigenschnürte Stelle (Fig. 13).

Der Verfasser widmet besondere Aufmerksamkeit der Lage der α-Granulationen in den eosinophilen Zellen und findet die interradiale Anordnung derselben dadurch hervorgerufen, dass sie, als dem Deutoplasma angehörig, nur die zwischen den archoplasmatischen Radien befindlichen Räume ausfüllen. Die kleineren von ihnen nehmen in den engeren Interradierräumen näher der Sphäre Platz, die grösseren dagegen weiter bis an die Peripherie der Zelle. Dadurch wird die radiär-concentrische Lage vollbracht (Fig. 14) und eine eigenthümliche Lagerung der Granulationen während der Mitose bedingt.

In allen Stadien weichen sie von den Stellen, an denen sich die archoplasmatischen Fäden befinden, zurück; so wird im Knäuelstadium das Polfeld von ihnen gänzlich frei (Fig. 15). Während des Muttersternes werden sie in grösster Menge an

beiden Seiten der Aequatorialplatte zusammengehäuft, so, dass der von der Centralspindel und den Mantelspindeln eingenommene Raum von ihnen gänzlich frei bleibt. Nur spärlich schieben sie sich zwischen die Polstrahlen ein, wo sie sich radiär anordnen; die feinen Enden der Chromatinschleifen ragen zum Theil auch in die Granulationen hinein (Fig. 16 u. 17). Zum Tochtersternstadium werden infolge der Annäherung der Polfelder an die Peripherie der Zelle die Granulationen von dem Polfelde gänzlich verdrängt und sammeln sich dicht an der Einschnürungsstelle zusammen. Der Raum, durch den die zwei Spindelkegel, welche die eigenschnürte Centralspindel darstellen, zwischen den Kernen durchlaufen, bleibt aber gänzlich frei. Sobald die Tochterzellen sich fast gänzlich durchschnürt haben, bleibt an dem Zwischenkörperchen ein kleiner Rest der beiden Centralspindelhälften haften; der weitere fadige Zusammenhang des Polfeldes mit dem Zwischenkörper löst sich durch den Zerfall der Faden gänzlich auf. In diesen auf diese Weise entstandenen freien Raum am Gegenpolfelde rücken alle Granulationen ein, wobei sie die Durchschnürungsstelle (von der Rest der Centralspindel eingenommen) gänzlich frei lassen (Fig. 19).

Ähnlich passiv, wie dieselben verhält sich das ganze Deutoplasma und seine Bildungen, während das Archoplasma allein bei der Karyokinese die thätige Rolle spielt.

---

25. — F. Kreutz. **Sól kamienna i fluoryt, ich barwa, fluorescencya i fosforescencya.** (***Steinsalz und Fluorit, ihre Farbe, Fluorescenz und Phosphorescenz***).

Von der Beobachtung ausgehend, dass, um blaues Steinsalz zu entfärben, eine bedeutend stärkere Erhitzung bei Luftabschluss als bei Luftzutritt nöthig ist, hat Verf. solches durch Erhitzen in der Flamme entfärbtes, als auch ursprünglich farbloses Steinsalz mit Natrium oder Kalium geglüht und hierauf gleich in Wasser und Salzsäure abgewaschen. Die so be-

handelten Stücke erscheinen meist stark blau gefärbt, manchmal aber nur gelb oder bräunlich. Durch Erhitzen in der Flamme entfärben sich die blauen Stücke, wobei sie vorher meist violett oder licht purpurroth werden, die gelben und braunen werden vorher blau. Durch wiederholte leichte und kurze Erhitzung stark gefärbter Stücke wird ihre Farbe dauerhafter. Zögert man zu lange die frisch mit Na geglühten Steinsalzstücke mit einer Säure zu behandeln, lässt man sie zu lange in der stark alkalischen, wässrigen Lösung, so verlieren sie ihre Färbung.

Da diesbezügliche Abhandlung des Verf. „Über die Ursache der Färbung des blauen Steinsalzes" [1]) bis jetzt nur in der mineralogischen und geologischen Literatur Berücksichtigung gefunden hat, so konnte sie auch Prof. E. Goldstein, dessen jetzt veröffentlichte Abhandlung „Über die Einwirkung von Kathodenstrahlen auf einige Salze" [2]) gebührendes Interesse erweckt, nicht bekannt sein. Er beschreibt darin seine unerwartete Entdeckung, dass sich Steinsalz, KCl, LiCl, K_2CO_3 u. a. unter Einwirkung von Kathodenstrahlen gelb, braun und blau färben. Die durch Kathodenstrahlen in diesen Substanzen erweckte Phosphorescenz ermattet bei ihrer Färbung. Aus der sehr genauen Beschreibung der unter dieser Einwirkung erlangten Eigenschaften des Steinsalzes ersieht man gleich, dass diese ganz den vom Verf. (l. c.) beschriebenen, durch Glühen mit Na erworbenen, entsprechen. Der unwesentliche Unterschied besteht darin, dass bei letzterem die Färbung sich nicht auf eine feine oberflächliche Schicht beschränkt, daher nicht rasch in der feuchten Zimmerluft verschwindet.

Goldstein stellt zwar vorderhand keine ausdrückliche Hypothese zur Erklärung der von ihm beobachteten Erschei-

[1]) Kreutz. Sitzungsb. u. Abhandl. d. Akad. d. Wiss. in Krakau. Bd. XXIV, 1892 u. im Auszug im Anzeiger (Bulletin international) d. Akad. April 1892.

[2]) Goldstein. Sitzb. d. Akad. d. Wiss. in Berlin. Juli 1894 u. in Wiedemanns Ann. 1895. H. 2.

nung auf, doch erscheint es ihm denkbar, dass hiebei eine neue physikalische Modification von NaCl, respective von KCl, LiCl, Na_2CO_3 etc. entstehe. „Die Annahme chemischer Modificationen wird aber“ nach seiner Ansicht (l. c.) „dadurch unwahrscheinlich, dass verschiedene der farbigen Substanzen von selbst in anscheinend die gewöhnliche Beschaffenheit des angewandten Salzes zurückkehren, so Jodnatrium und Jodkalium nach kurzer, Chlorkalium nach längerer Zeit; bei allen Salzen aber reicht starkes Erhitzen der farbigen Substanzen aus, um so weit erkennbar, die ursprüngliche Beschaffenheit des Salzes wieder herzustellen“.

Die wichtige Entdeckung und die anregenden Erörterungen Goldsteins veranlassten den Verf., seine Untersuchungen über das Steinsalz zu wiederholen und auszudehnen, wobei auch der Flusspath gewisserwassen mit in die Untersuchung gezogen wurde. Sie führten zur Erkennung weiterer bis jetzt am Steinsalz noch nicht beobachteter Eigenschaften und zu Beobachtungen, welche zur Erklärung der Färbung von Steinsalz und Fluorit beitragen.

Verf. hat Stücke von natürlichem blauen, als auch erst durch Glühen mit Na blau gefärbtem Steinsalz, sowie vom blauen Fluorit in nur durch Korke verschlossenen Glasröhren der Einwirkung elektrischer Funken aus einer Holz'schen Maschine durch längere Zeit ausgesetzt und hiebei immer ein Lichterwerden, eine Schwächung der Färbung dieser Minerale, manchmal auch stellenweise ihre vollständige Entfärbung (vielleicht nur in Folge der Erschütterung und starker Erhitzung?) beobachtet; werden hingegen Spaltstücke von farblosem oder durch Erhitzen entfärbtem Steinsalz, sowie durch Erhitzen entfärbtem Fluorit ebenso der Einwirkung starker elektrischer Schläge ausgesetzt, so färben sich dabei sehr oft viele Stücke fleckenweise blau. Tief lazurblaue Flecke am Steinsalz findet man namentlich an Stellen, an welchen das Einschlagen des Funkens deutliche Spuren zurückgelassen hat. Beim Durchmustern der Stücke muss man sich hüten sie anzuhauchen, da die blauen Flecke hiebei gleich einschrumpfen

und verschwinden. Dass durch Erhitzung entfärbter Flussspath sich unter Einwirkung elektrischer Entladungen gewöhnlich blau, selten nelken-auch lillaroth färbt hat bereits Pearsall[1]) beobachtet.

Das Steinsalz hat auch die seltene Eigenschaft der Fluorescenz mit dem Fluorit gemein. In Kałusz finden sich, wenn auch selten, Steinsalzkrystalle, die im auffallenden Lichte violette oder schwärzlich blaue, im durchgehenden hell lazurblaue oder grünlichblaue Farbe zeigen, ebenso erscheinen durch Glühen mit Na dunkelpflaumenblau gefärbte Steinsalzkrystalle im durchgehenden Lichte lazurblau. Die Fluorescenz von Steinsalz ist zwar bei weitem nicht so schön und rein wie des cumberländischen blauen Fluorits, aber immerhin auffallend, namentlich an den durch Glühen mit Na gefärbten Stücken.

Auch in Bezug der Phosphorescenz-Eigenschaft verhalten sich Steinsalz und Fluorit sehr ähnlich. Beide Mineralien leuchten auf, wenn man sie im Dunkeln mit einem eisernen Instrument spaltet, sie leuchten auch in Folge der Einwirkung von Kathodenstrahlen sowie von elektrischen Entladungen. Durch letztere Einwirkung wird aber die Phosphorescenz in sehr vielen Mineralien[2]) erweckt; interessanter erscheint die folgende Erfahrung. Bekanntlich phosphorescieren einige Varietäten von Fluorit beim Erwärmen, verlieren diese Eigenschaft durch zu langes oder eher durch zu starkes Erhitzen, erlangen aber die Eigenschaft beim Erwärmen zu phosphorescieren wieder, wenn sie elektrischen Schlägen ausgesetzt werden. Wie sich Verf. überzeugt hat, leuchten beim Erwärmen nach solcher Behandlung auch solche Fluorit-Varietäten, welche vorher diese Eigenschaft nicht hatten. Dasselbe Verhalten hat Verf. am Steinsalz beobachtet. Wird Steinsalz, einerlei ob farblos, roth oder blau, auch durch Glühen mit Na blau gefärbtes, der Einwirkung elektrischer Funken ausgesetzt, so phosphore-

[1]) Pearsall. Pogg. Ann. XXII. 1831. p. 581.

[2]) Calcit, Siderit, Baryt, Coelestin, Gyps, Apatit, Quarz, Korund, Zirkon, Spinell, Cyanit, Feldspath, Glaukolith, Sodalith etc.

sciert es ebenso stark wie der Fluorit noch einige Augenblicke nachdem es der Einwirkung der elektrischen Entladungen entzogen ist; am stärksten leuchtet durch Glühen mit Na pflaumenblau gefärbtes Steinsalz, und es dauert oft einige Minuten, bis sein Licht erlischt. Wird solches Steinsalz, welches keine Phosphorescenz mehr zeigt, mässig erwärmt, so beginnt es zu phosphorescieren und leuchtet dann im Warmen z. B. neben dem warmen Zimmerofen gelegt oder in der warmen Hand oft stundenlang so hell und stark, wie der Chlorophan. Erlischt das Licht, so reicht gelindes Erwärmen aus, um es wieder zu erwecken. Wird solches Steinsalz aber zu lange oder zu stark erhitzt, so verliert es die Eigenschaft beim Erwärmen zu leuchten, erlangt sie aber wieder durch Einwirkung elektrischer Schläge. Diese Eigenschaft besitzt auch der Sylvin und der Apatit, vorzüglich seine viol-blaue Varietät.

Graues Steinsalz enthält Thon und Sand, trübes schmutzig-grünes von Wieliczka Thon und Glaukonitkörnchen. Trübes schwärzlichgraues, bräunliches und trübgelbes Steinsalz von Bochnia, Borysław und Starunia ist durch Kohlepartikel, Bitumen, Erdwachs, Erdöl und andere empireumatisch riechende organische Substanzen gefärbt. Das apfelgrüne Steinsalz von Hallstadt enthält Kupferchlorid mit Kupferoxyd, erhitzt wird es schwarz; seine ammoniakalische Lösung ist schön blau. Man kann es leicht künstlich nachmachen, wenn man in eine mit Steinsalzmehl und etwas concentrierter Steinsalzlösung gefüllte Schale kupferne Kathoden einer galvanischen Batterie hineinsteckt und durch längere Zeit tropfenweise Salzlösung zugibt. Es bildet sich ein ziemlich festes, fein bis mittelkörniges Krystallaggregat, von dem ein Theil schön apfelgrün, der andere weiss ist. Wendet man eiserne Kathoden an, so erhält man ein zum Theil weises, zum Theil schön gelbes Krystallaggregat, neben welchem häufig, namentlich beim durch eine Oelschichte gehinderten Luftzutritt, auch trüb.- grünlich-blaue Kryställchen entstehen. Letztere werden an der Luft schnell braun, die gelben beim gelinden Erwärmen schön roth. Nur auf diese Weise gelang es die in Kałusz u. a. O. häufigen Aggregate

von weissen mit durch Eisenoxydhydrat und Eisenoxyd rothgelb und roth gefärbten Steinsalzkrystallen künstlich nachzuahmen.

In solchen Krystallaggregaten von weissem und rothem Steinsalz und Sylvin findet sich in Kałusz oft auch violett-lazur- oder berliner-blaues Steinsalz vor. Es erscheint demnach natürlich, dass es nicht ganz eisenfrei sein kann und eine Spur von Eisen lässt sich in ihm unzweifelhaft nachweisen [1]). Verf. hat, um sicher zu sein, diesen Nachweis neuerdings vor Analytikern von Fach, die er zur Beachtung aller nöthigen Vorsicht eingeladen, sowohl am natürlichen blauen, als auch am, durch Glühen mit Na blau gefärbten Steinsalz wiederholt ausgeführt. Deutliche Spuren von Eisen konnte Verf. auch in allen blau, gelb oder roth gefärbten Fluoriten, die er zur Untersuchung benutzen konnte, nachweisen; das Vorhandensein von Fe und Mn im Fluorit und Apatit war schon lange bekannt. Da ausserdem im gewöhnlichen blauen und rothen, sowie durch Glühen mit Na blau, gelb oder braun gefärbtem Steinsalz, keine anderen Beimengungen, denen die Ursache der blauen Färbung zugeschrieben werden könnte, namentlich weder Mn, Cr, Cu, Co, noch Na_2 Cl oder Ultramarin nachgewiesen werden könnten, so ist man gezwungen die Ursache dieser Färbung der Beimengung einer Eisenverbindung zuzuschreiben, wenn man nicht an einen neuen, etwa noch unbekannten, tief-blauen Stoff denken will und die unten angeführten Gründe die jetzt noch herrschenden Ansichten unzweifelhaft widerlegen.

Da Steinsalz und Fluorit gewöhnlich, vielleicht sogar immer, Kohlenwasserstoff enthalten, und diesen, wie auch ihre Farbe beim Erhitzen verlieren, so wird der Kohlenwasserstoff als Pigment des blauen Steinsalzes, sowie des gefärbten Fluorits angesehen, andererseits wird die Ursache der blauen Färbung des Steinsalzes, und des Fluorits einer besonderen Anordnung der Hohlräume zugeschrieben, oder als Eigenthümlichkeit besonderer physikalischer Modificationen oder Structuren von Na Cl resp. Ca Fl_2 (Pearsall) gedeutet.

[1]) Kreutz l. c.

Diese Anschauungen können nicht angenommen werden, da

a) Kein tiefblauer Kohlenwasserstoff bekannt ist, der in spurenhafter Beimischung das Steinsalz oder den Fluorit dunkelberlinerblau färben könnte; es erscheint auch ganz unwahrscheinlich, dass verschiedenfarbige Kohlenwasserstoffe den Fluorit zonenweise z. B. rein gelb und rein blau färben sollten und es wäre unmöglich, dass durch flüchtigen Kohlenwasserstoff gefärbtes Steinsalz und Fluorit, welche den Farbstoff durch Erhitzung verloren hätten, diesen entweder durch Glühen mit Na oder Einwirkung von Kathodenstrahlen resp. von elektrischen Funken wieder erlangen.

b) Die mikroskopischen Hohlräume in den blauen Partien von Steinsalz und Fluorit sind von den Hohlräumen in deren farblosen Theilen in Gestalt, Anordnung und Häufigkeit nicht zu unterscheiden, ändern sich auch nicht beim Entfärben dieser Mineralien durch vorsichtiges Erhitzen.

c) Krystalle, deren Substanz zonenweise verschiedenen physikalischen Modificationen angehören würden, sind nicht möglich, es kommen aber zonenweise verschieden gefärbte Fluorite und, wenn auch sehr selten, zonenweise wiederholt farblose und blaue Steinsalzkrystalle vor; werden sie allmählig [1]) von $+400^0$ bis -100 oder -200^0 abgekühlt, so lässt sich hiebei weder eine Umwandlung der Zonen, noch ein Verrücken ihrer Grenzen beobachten.

d) Nach Goldstein (l. c.) werden nicht nur NaCl, KCl, LiCl... aber auch K_2CO_3 durch Entwirkung von Kathodenstrahlen gelb und dann bei gelinder Erwärmung blau, bei Abkühlung wieder gelb, $CaFl_2$ wird, wie auch Steinsalz, unter dem Einfluss elektrischer Funken blau. Dieses gleiche Verhalten

[1]) Wird gelbes Quecksilberjodid langsam abgekühlt, so wird es zuerst roth und bei -60^0 bis -80^0 wieder gelb; wird es aber rasch z. B. durch Eintauschen in flüssigen Sauerstoff abgekühlt, so bleibt es ungeändert in der rhombichen gelben Modification, die rothe Modification wird übersprungen.

chemisch und krystallographisch verschiedener Substanzen ist nur durch die Annahme einer, wenn auch anders nicht nachweisbaren Beimischung erklärlich.

e) Werden Spaltstücke von Steinsalz verschiedener Fundorte zusammen mit Na geglüht, so finden sich dann manchmal unter den gefärbten auch ungefärbte Stücke (oder auch solche, an denen nur ein Theil ungefärbt geblieben), die sich auch bei Wiederholung des Versuches nicht färben, was bei der Annahme, dass bei der Färbung des Steinsalzes NaCl einer chemischen oder physikalischen Umwandlung unterliegt, unerklärlich wäre.

Der Farbstoff des blauen Steinsalzes und des Fluorits ist ziemlich beständig. Handstücke in Museen, welche vor mehreren Jahrzehnten als blau eingeschrieben worden sind, sind blau geblieben. An den Steinsalzstücken, die vor drei Jahren durch Glühen mit Na gefärbt und gründlich in Wasser und Salzsäure von den weissen, an der feuchten Luft kohlensaures Natron bildenden, Producten der oft tief eingreifenden Einwirkung des Na auf Na Cl gereinigt worden sind, ist nicht die geringste Änderung zu bemerken. Wird ein durch Glühen mit Na intensiv gefärbtes Steinzalzstück von der Seite etwas angeschmolzen und wiederholt immer weiter damit fortgeschritten, so gelingt es oft den beim Krystallisieren der Schmelze ausgestossenen, meist roth gewordenen, Farbstoff an einem Fleck anzusammeln. Natürlich sind solche Partien am geeignetsten zum Nachweis des Eisengehaltes.

Die Erkennung, in welcher Verbindung das Eisen den blauen Flussspath und das blaue Steinsalz färbt, ist sehr schwierig.

Am natürlichsten und wahrscheinlichsten erscheint dem Verf. die Annahme, dass eine phosphorsaure Eisenverbindung das Steinsalz, sowie den Fluorit blau färbe; Phosphorsäure liess sich jedoch im Steinsalz nicht nachweisen, wenn der starke Knoblauchgeruch, der sich aus den Producten der Erhitzung von Steinsalz mit Na, bei deren Befeuchtung, entwickelt, hiezu für nicht ausreichend gelten sollte. Wird in einer Steinsalzlö-

sung in sehr geringen Mengen phosphorsaures Eisenoxydul gebildet, so erhält man oft roth oder violett gefärbte Na Cl-Krystalle, die sich jedoch beim Erhitzen anders, als die natürlichen blauen oder durch Erhitzen mit Na gefärbten Steinsalzkrystalle verhalten.

Na Cl Kryställchen von der Farbe und Verhalten des blauen Steinsalzes, hat Verf. nur durch Färbung von Na Cl mit Berlinerblau erhalten. Gibt man zu einer Steinsalzlösung mit einer Spur von einem Eisensalz etwas Blutlaugensalzlösung und Salzsäure und gleich darauf reichlich Alkohol hinzu, so setzt sich am Boden des Gefässes blau gefärbtes Na Cl ab, welches nach einiger Zeit nach dem Trocknen ein Krystallaggregat bildet. An diesem kann man keinen Unterschied von dem natürlichen blauen Steinsalz auffinden; sie entfärben sich bei derselben Temperatur, ihre wässrige Auflösung erscheint farblos, obgleich sie stark gefärbt sind, ist das Eisen in ihnen schwierig nachzuweisen, durch Einwirkung elektrischer Schläge entfärbt sich auch das durch Berlinerblau gefärbte Salz. Würde es sich nur um das durch Glühen mit Na gefärbte Steinsalz handeln, so wäre die Annahme, dass eben Berlinerblau das Pigment sei, wohl gestattet und lässt sich noch durch weitere Beobachtungen und Erörterungen kräftig unterstützen. Im Steinsalz sind gewöhnlich, wie es anders bei seiner Bildung aus Meerwasser nicht möglich ist, Zersetzungsproducte von organischen Körpern vorhanden; Kohlepartikelchen findet man im Steinsalz beinahe immer bei starker Vergrösserung; Eisenspuren lassen sich beinahe immer im Steinsalz nachweisen. Bei der Erhitzung dieser im Steinsalz vorhandenen Stoffe mit Na und den Zersetzungs-Producten von Na Cl bildet sich wohl Cyan, welches sich hernach mit dem Eisen verbinden kann. Es bildet sich auch Cyan, wenn elektrische Funken zwischen Kohlekathoden durch Stickstoff-Verbindungen schlagen.

Wird natürliches blaues oder durch Glühen mit Na blau gefärbtes Steinsalz fein zerrieben, so erscheint es sehr oft smalteblau, (zerreibt man es in Alkohol so bleibt es auch blau); behandelt man solches Pulver mit Cl oder HCl, so entfärbt

es sich niemals dabei, erscheint eher sogar reiner und intensiver blau gefärbt. Glüht man eine grössere Menge Steinsalz mit Na, gibt hierauf gleich alles zusammen ins Wasser und setzt ohne langes Zögern genügend Salzsäure hinzu, so bildet sich gewöhnlich in der Lösung etwas Berlinerblau, dessen Bildung man jedoch einer zufälligen äusseren Verunreinigung des Materials zuschreiben könnte.

Würde es sich nur um die Erklärung der Färbung des mit Na geglühten Steinsalzes handeln, so würden diese Gründe wahrscheinlich als genügend erachtet werden, um sie einer Beimischung einer Cyan-Eisenverbindung zuschreiben zu können, doch sehr wenig plausibel erscheint die Möglichkeit der Entstehung dieser Verbindung im Schosse der Erde bei der Bildung der blauen Steinsalzkrystalle, welche in Kałusz bei der Auflösung von Carnallit durch Salzlauge gleichzeitig mit rothem und milchig-blauem Sylvin entstanden sind.

---

26. — K. Żorawski. **O całkach niezmiennych ciągłych grup przekształceń.** (***Über Integralinvarianten der continuierlichen Transformationsgruppen***).

An die Spitze dieser Abhandlung wird eine Definition von Integralinvarianten der continuierlichen Transformationsgruppen gestellt.

Ist nämlich eine endliche oder unendliche Transformationsgruppe $T^{(p)}$ in den Veränderlichen $x_1, .., x_n; y_1, .., y_m; z_1, .., z_N$, wo die y_k Functionen von den x_i, und die z_l Differentialquotienten dieser Functionen bis zu einer gewissen p-ten Ordnung bezeichnen, so beschaffen, dass jede Transformation dieser Gruppe die Gestalt des unter dem Integralzeichen des Integrals:

$$\int \Omega\,(x_1, .., x_n; y_1, .., y_m; z_1, .., z_N)\; dx_1\, dx_2 \,..\, dx_n$$

stehenden Elementes invariant lässt, so wird dieses Integral Integralinvariante erster Art dieser Gruppe genannt.

Bezeichnet man ferner die allgemeinste infinitesimale Transformation der Gruppe $T^{(p)}$ mit:

$$T^{(p)}f = \sum_1^n {}^i \xi_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum_1^m {}^k \eta_k \frac{\partial f}{\partial y_k} + \sum_1^N {}^l \zeta_l \frac{\partial f}{\partial z_l},$$

wo ξ_i und η_k Functionen von den x_i und y_k, ζ_l aber gewisse Functionen von den x_i, y_k, z_l sind, so ist die Function Ω der Integralinvariante erster Art dieser Gruppe $T^{(p)}$ eine Lösung desjenigen Systems von Differentialgleichungen, welches vermöge der in $T^{(p)}f$ vorhandenen willkürlichen Grössen aus der Differentialgleichung:

$$T^{(p)}\Omega + \Omega \sum_1^n {}^i \left(\frac{\partial \xi_i}{\partial x_i}\right) = 0$$

folgt. Die runden Klammern bezeichnen hier, dass die Differentiationen nach den explicit und implicit vorkommenden x_i ausgeführt werden müssen. Umgekehrt, liefert jede Lösung des genannten Systems eine Integralinvariante erster Art. Auf Grund dieser Thatsache wird nun abgeleitet, dass, sobald Integralinvarianten erster Art existieren, die allgemeinste solche Integralinvariante die Gestalt:

$$\int \Phi(I_1, I_2, \ldots, I_p)\, H\, dx_1\, dx_2 \ldots dx_n$$

hat, wo Φ eine willkürliche Function, $I_1, I_2, \ldots, I_p$ alle von einander unabhängige Invarianten der Gruppe $T^{(p)}$ und H irgend eine von Null verschiedene Lösung des genannten Systems bezeichnet, also im Allgemeinen keine Invariante der Gruppe $T^{(p)}$ ist.

Diese allgemeine Betrachtung wird durch einige Beispiele illustriert, von denen insbesondere dasjenige zu erwähnen ist, in welchem die von Poincaré in der Theorie der linearen Substitutionen benutzten Integralinvarianten (Acta math., Band I, p. 6—8) abgeleitet sind.

Darauf werden Integralinvarianten zweiter Art der endlichen continuierlichen Transformationsgruppen betrachtet. Sobald nämlich nach der Ausführung in dem Integrale:

$$\int \Omega (x_1, .., x_n; l_1, .., l_m)\, dx_1\, dx_2 .. dx_n$$

jeder willkürlichen Transformation der r- gliedrigen Gruppe T, in den Veränderlichen x_i und der entsprechenden Transformation einer mit T isomorphen Gruppe L, in den Veränderlichen l_μ, die Gestalt des unter dem Integralzeichen stehenden Elementes invariant bleibt, nennt der Verfasser dieses Integral Integralinvariante zweiter Art der Gruppe T in Bezug auf die Gruppe L.

Entsprechen nun ferner den infinitesimalen Transformationen:

$$X_k f = \sum_1^n {}_i\, \xi_{ki} (x_1, x_2, .., x_n) \frac{\partial f}{\partial x_i}\ (k = 1, 2, .., r)$$

der Gruppe T die infinitesimalen Transformationen:

$$L_k f = \sum_1^m {}_\mu\, \lambda_{k\mu} (l_1, l_2, .., l_m) \frac{\partial f}{\partial l_\mu}\ (k = 1, 2, .., r)$$

der mit T isomorphen Gruppe L, so findet man durch Integration des Systems:

$$X_k \Omega + L_k \Omega + \Omega \sum_1^n {}_i \frac{\partial \xi_{ki}}{\partial x_i} = 0\ (k = 1, 2, .., r)$$

die allgemeinste Integralinvariante zweiter Art in der Form:

$$\int \Phi (\overline{I}_1, \overline{I}_2, .., \overline{I}_p)\, \overline{H}\, dx_1\, dx_2 .. dx_n,$$

wo Φ wiederum eine willkürliche Function, $\overline{I}_1, \overline{I}_2, .. , \overline{I}_p$ alle von einander unabhängigen Invarianten der gesammten Gruppe T und L, und $\overline{H}$ irgend eine von Null verschiedene Lösung des genannten Systems bezeichnet, also im Allgemeinen keine Invariante der gesammten Gruppe ist. Sobald die Gruppe T Integralinvarianten erster Art besitzt, so kann $\overline{H}$ der entsprechenden Function H, also einer Function, welche nur von den Variablen x_i abhängig ist, gleich gesetzt werden.

Ist L die Parametergruppe der Gruppe T und sind die endlichen Gleichungen dieser Gruppe T angegeben, so berech-

net man die Integralinvarianten zweiter Art insofern einfacher, dass dann die Invarianten $\overline{I_i}$, deren Zahl in diesem Falle gleich n ist, bekanntlich sehr leicht aufgestellt werden können.

Endlich werden eingehender die Integralinvarianten der eingliedrigen Gruppen betrachtet. Es werden nämlich alle Integralinvarianten erster Art und alle Integralinvarianten zweiter Art der eingliedrigen Gruppe:

$$\delta x_i = \xi_i(x_1, x_2, .., x_n)\, \delta t \; (i = 1, 2, .., n)$$

in Bezug auf die Parametergruppen des Parameters t genau bestimmt. Umgekehrt werden alle eingliedrigen Gruppen, welche ein gegebenes Integral erster Art, respective ein gegebenes von t abhängiges Integral zweiter Art gestatten, aufgestellt. Der Verfasser schliesst mit der Bemerkung, dass die zuletzt genannten Probleme mit folgenden Problemen übereinstimmen: Aus den gegebenen Geschwindigkeitscomponenten der Theilchen einer stationär sich bewegenden Flüssigkeit alle möglichen Vertheilungen der Dichtigkeit dieser Flüssigkeit zu bestimmen und umgekehrt, wenn die Vertheilung der Dichtigkeit gegeben ist, alle möglichen Geschwindigkeitscomponenten aufzustellen.

---

27. — L. Natanson. **O rozprężaniu adiabatycznem w pobliżu stanu krytycznego.** (***Sur la détente adiabatique au voisinage du point critique***).

Supposons que nous ayons un système qui se compose soit d'un liquide, soit d'une vapeur, soit encore d'une quantité de liquide et d'une quantité de vapeur saturée. La théorie des phénomènes qui, dans un pareil système, accompagnent la détente adiabatique a été constituée par Clausius et Rankine et vérifiée par Hirn et Cazin; récemment encore MM. Duhem et Raveau lui ont apporté des développements importants (Travaux et Mémoires des Facultés de Lille, Tome I, mémoire Nr. 5, p. 83. Journal de Physique (3) tome I, p. 470 et 461). Dans la présente Note nous tâcherons

d'appliquer cette théorie à la solution de certains problèmes que les belles recherches de M. Olszewski sur la liquéfaction de l'hydrogène nous ont suggérés.

§. 1. Rappelons sommairement les principes de la théorie établie. Soit m la masse du liquide et M la masse de la vapeur que renferme le système. Admettons que le système soit tout entier à la température absolue T. Désignons par p la valeur générale de la pression, par P la pression de la vapeur saturée, par w et W le volume du liquide et celui de la vapeur, par unité de masse, par σ et Σ l'entropie du liquide et celle de la vapeur, pareillement par unité de masse. Soit V le volume total du système et S son entropie totale. Si le système, dans une transformation réversible élémentaire que nous lui faisons subir, absorbe une quantité dQ de chaleur, nous aurons

$$dV = (W - w)\,dM + \left(m\frac{dw}{dT} + M\frac{dW}{dT}\right)dT; \qquad (1)$$

$$dQ = T(\Sigma - \sigma)\,dM + T\left(m\frac{d\sigma}{dT} + M\frac{d\Sigma}{dT}\right)dT; \qquad (2)$$

dans ces équations on a posé, pour abréger,

$$\frac{d}{dT} = \frac{\partial}{\partial T} + \frac{dP}{dT}\frac{\partial}{\partial p} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Désignons par L la chaleur de vaporisation rapportée à l'unité de masse. Posons

$$T\frac{d\sigma}{dT} = \gamma; \qquad T\frac{d\Sigma}{dT} = \Gamma; \quad . \; . \; . \; . \quad (4)$$

γ sera ce que l'on nomme „la chaleur spécifique du liquide saturé"; Γ sera „la chaleur spécifique de la vapeur saturée". L'égalité (2) peut s'écrire

$$dQ = L\,dM + (m\gamma + M\Gamma)\,dT. \quad . \; . \; . \quad (5)$$

Considérons une quantité A définie de la manière suivante:

$$(6) \qquad A = \frac{(m+M)\gamma}{(m\gamma + M\Gamma)(W-w) - L\left(m\dfrac{dw}{dT} + M\dfrac{dW}{dT}\right)}$$

Si, avec M. Raveau, l'on admet que les chaleurs spécifiques sous volume constant du liquide et de la vapeur restent finies au point critique, on démontre aisément que la quantité A est positive à toute température; cette proposition est alors, en effet, la conséquence immédiate de celles que M. Duhem a données. Considérons le cas de la détente adiabatique en sorte que $dV>0$ et $dQ=0$. Des égalités (1), (5), (6) il résulte

$$(7) \quad \ldots\ldots \quad \left(\frac{dM}{dV}\right)_s = A\,\frac{m\gamma + M\Gamma}{(m+M)\gamma}$$

Désignons par λ la quantité suivante, fonction de la température absolue:

$$(8) \quad \ldots\ldots \quad \lambda = \frac{\gamma}{\gamma - \Gamma};$$

et par l désignons le rapport

$$(9) \quad \ldots\ldots \quad l = \frac{M}{m+M}$$

auquel nous donnerons le nom de „degré d'évaporation". Considérons le plan des (p, V) en prenant pour abscisses les volumes, et les pressions pour ordonnées. Dans ce plan traçons les courbes qui correspondent à des valeurs constantes de l et que nous proposons d'appeler „courbes isopsychriques". Les deux isopsychriques $l = 0$ et $l = 1$, se raccordant au point critique, constituent la courbe bien connue qui limite la région de la coexistence du liquide et de la vapeur et que nous nommerons „courbe de saturation" (d'après M. Raveau). L'égalité (7) deviendra

$$(10) \quad \ldots\ldots \quad \left(\frac{dM}{dV}\right)_s = A\left(1 - \frac{l}{\lambda}\right).$$

Par conséquent c'est l'isopsychrique $l = \lambda$ qui, à chaque température, est tangente à la courbe adiabatique. Les isopsy-

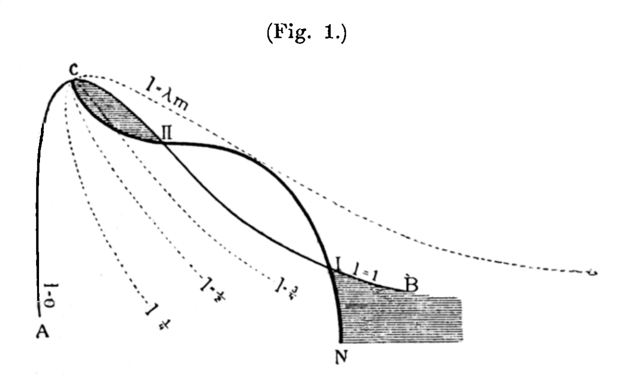
chriques qui se trouvent à droite de l'isopsychrique $l = \lambda$ coupent les adiabatiques en sorte qu'en suivant l'adiabatique, à partir du point d'intersection, dans la direction de l'axe des volumes, on descendrait au-dessous de l'isopsychrique. Au contraire, les isopsychriques situées à gauche de celle qui correspond à $l = \lambda$ coupent les adiabatiques de manière qu'en suivant l'adiabatique, à partir du point d'intersection, dans la direction de l'axe des volumes, on se trouverait au-dessus de l'isopsychrique.

Comme l'allure générale des courbes qui donnent les chaleurs spécifiques γ et Γ, en fonction de la température, est connue, il est aisé de se rendre compte des variations que subit avec elles le rapport λ. Au zéro absolu le rapport λ est probablement égal à zéro. Il augmente ensuite en valeur et il devient égal à l'unité, à une température T^*, appelée „premier point d'inversion", à laquelle la chaleur spécifique Γ change de signe, en passant du négatif au positif. Au-dessus de cette température le rapport λ augmente encore jusqu'à une certaine valeur maxima que nous désignerons par λ_m; il diminue ensuite et, à une température T^{**}, appelée „second point d'inversion", il devient une seconde fois égal à l'unité, la chaleur spécifique Γ y passant du positif au négatif. Enfin, entre la température T^{**} et la température critique T_c la quantité γ augmente et la quantité Γ diminue; elles deviennent infinies au point critique, la première, infinie positive, la seconde, infinie négative; le rapport γ / Γ, ainsi que l'a montré M. Raveau, tend probablement à devenir égal à -1; par conséquent le rapport λ tend à devenir égal à $\frac{1}{2}$.

Dans le plan des (p, V) traçons la courbe de saturation AcB (fig. 1) ainsi que le système complet des courbes isopsychriques, savoir: celles qui correspondent à des valeurs de l inférieures à l'unité, ainsi que celles qui correspondent à des valeurs de l supérieures à l'unité et qui représentent, par conséquent, des états impossibles du système. Traçons la courbe cN, lieu des points de tangence des adiabatiques et des isopsychriques; nous lui donnerons le nom de „ligne neutre". De ce qui précède

il résulte que les points I et II d'intersection de la courbe de saturation et de la ligne neutre se confondent avec les points d'inversion définis plus haut; et que la ligne neutre est tan-

(Fig. 1.)

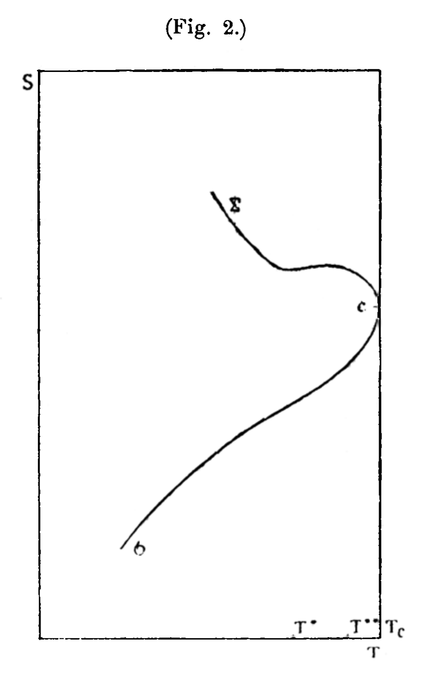


gente à l'isopsychrique fictive qui correspond à $l = \lambda_m$. La ligne neutre partage en deux régions la portion du plan des (p, V) qui se trouve au-dessous de l'isotherme critique; dans celle qui est située à droite une détente adiabatique devrait entraîner la condensation; dans celle qui est située à gauche elle devrait au contraire entraîner la vaporisation. Telle serait en effet la loi générale de la détente, si, pour les masses du liquide et de la vapeur que renferme le système, des valeurs négatives étaient admissibles. En réalité un changement d'état n'est possible que sur la courbe de saturation et dans son intérieur; donc, la condensation dans la détente, par exemple, n'aura lieu que dans les portions de la „région de coexistence" qui, dans la fig. 1, ont été représentées ombrées. La construction de la ligne neutre (au dedans de la région de coexistence) est due à M. Raveau.

Les équations (4) permettent de se rendre compte des variations que subissent les entropies σ du liquide et Σ de la vapeur saturée, rapportées à l'unité de masse, lorsque la température varie. Les courbes qui expriment σ et Σ en fonction de la température se raccordent à la température critique; leur ensemble constitue la courbe de saturation dans le plan

des (T, S). Lorsque la température s'élève, l'entropie σ augmente; $d^2\sigma / dT^2$ a des valeurs qui, à des températures fort basses, sont probablement négatives, tandis qu'elles sont considérables et positives au voisinage du point critique. L'entropie Σ diminue jusqu'au premier point d'inversion; elle y passe par une valeur minima, pour augmenter ensuite avec lenteur

(Fig. 2.)



jusqu' à la seconde température d'inversion T^{**}, à laquelle correspond une valeur maxima. Au delà, et jusqu' à la température critique, l'entropie Σ diminue rapidement. La fig. 2. est destinée à servir d'illustration à ces variations.

§. 2. Supposons que nous ayons un corps gazeux à une température initiale T_0 qui est supérieure à la température critique. Nous lui faisons subir la détente; la température s'abaisse jusqu'au point critique et au-delà. Quels seront les phénomènes que déterminera la détente? Lorsque celle-ci s'opère, le point figuratif dans le plan des (p, V) se déplace

en suivant une adiabatique. Toutes ces adiabatiques, comme dans les expériences de M. Olszewski (voir Bulletin Intern. de l'Acad. d. Sc. de Cracovie, Mai 1891 et Mars 1895), sont issues de l'isotherme initiale T_o. Soient R_a, R_b, R_c, $R_d, \ldots$ les pressions, de plus en plus petites, auxquelles les points d'issue des adiabatiques correspondent. Soient S_a, S_b, S_c, $S_d, \ldots$ les valeurs de l'entropie du gaz (par unité de masse) à la température T_o et aux pressions R_a, R_b, R_c, $R_d, \ldots$ Les adiabatiques suivant lesquelles s'effectue la détente sont données par les équations

(11) $S(p, T) = S_a$; (12) $S(p, T) = S_b$; etc.

Désignons par Q_a, Q_b, Q_c, $Q_d, \ldots$ les pressions et par T_a, T_b, T_c, $T_d, \ldots$ les températures qui correspondent aux points d'intersection de ces adiabatiques et de la courbe de saturation. Soient $Q_c = P_c$ et T_c les valeurs qui conviennent au point critique. Nous aurons

(13) . . $\sigma(Q_a, T_a) = S_a$; $\sigma(Q_b, T_b) = S_b$

(14) . . $\sigma(Q_c, T_c) = \Sigma(Q_c, T_c) = S_c$

(15) . . $\Sigma(Q_d, T_d) = S_d$; etc. etc.

Considérons deux courbes adiabatiques infiniment voisines, celles par exemple qui correspondent aux valeurs S et $S + \delta S$ de l'entropie; aux points d'intersection avec la courbe de saturation les pressions seront: Q et $Q + \delta Q$, les températures: T et $T + \delta T$. Nous aurons

(16) . . . $$\delta S = \left(\frac{dS}{dT}\right) \delta T = \frac{G}{T} \delta T;$$

(17) . . . . . $$\delta Q = \left(\frac{dP}{dT}\right) \delta T,$$

si l'on convient de substituer à G les quantités γ ou Γ selon que l'endroit où l'adiabatique vient franchir la courbe de saturation se trouve du côté du liquide ou de celui de la vapeur.

Admettons qu'à la température initiale T_o les lois des gaz parfaits soient applicables avec approximation suffisante [1]). Nous aurons

$$S = C \log T_o - c \log R + S_o, \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

C, c et S_o désignant des constantes; par conséquent

$$\delta S = - c \frac{\delta R}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

et les égalités (16) et (17) donnent

$$\frac{\delta Q}{\delta R} = - \frac{c T \dfrac{dP}{dT}}{RG} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Au point critique:

$$\gamma = + \infty; \; \Gamma = - \infty; \; \left(\frac{dP}{dT}\right) \text{ a une valeur finie;} \quad (21)$$

par conséquent la valeur de $\delta Q / \delta R$ au point critique est zéro. Recherchons l'adiabatique qui aboutit au point critique et que nous désignerons sous le nom de „critique"; soit R_c la pression initiale, sur l'isotherme T_o, qui appartient à l'adiabatique critique. De l'adiabatique critique passons aux adiabatiques pour lesquelles la pression initiale R_1 est supérieure à R_c; ces adiabatiques pénétreront à l'intérieur de la „région de coexistence" sous des pressions Q_1 en sorte que

$$\frac{\delta Q_1}{\delta R_1} = - \frac{c T_1 \left(\dfrac{dP}{dT}\right)_1}{R_1 \gamma}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

par conséquent, lorsque les R_1 augmentent, les Q_1 diminuent. Ainsi, c'est du côté du liquide que se fera l'entrée dans la

[1]) Dans les conditions d'expériences dans lesquelles M. Olszewski s'est placé cette assomption sera pleinement justifiée. En effet, T_0 dans ces expériences était de — 211° C, c'est-à-dire de 62 degrés de l'échelle absolue. La température critique de l'hydrogène est de — 232° C. environ. Par conséquent l'hydrogène à — 211° C est comparable à de l'acide carbonique CO^2 qu'on aurait porté à + 187° C.

„région de coexistence" et la pression Q_1 sera celle sous laquelle apparaîtront les premières gouttelettes de vapeur; au-dessus, la masse toute entière demeurant homogène, il sera impossible de constater que son état est, en réalité, celui d'un liquide. De l'adiabatique critique passons maintenant aux adiabatiques pour lesquelles la pression initiale R_2 est inférieure à R_c. Nous pénétrerons à l'intérieur de la région de coexistence sous des pressions Q_2 et nous aurons

$$(23) \quad \ldots \quad \frac{\delta Q_2}{\delta R_2} = - \frac{c T_2 \left(\frac{dP}{dT}\right)_2}{R_2 \Gamma},$$

en sorte que les Q_2 diminuent lorsque les R_2 diminuent jusqu'à ce que la température T^{**} ne soit atteinte. L'intersection avec la courbe de saturation se fait ici du côté de la vapeur. La valeur de $\delta Q_2 / \delta R_2$ est infinie à T^{**}, négative entre T^{**} et T^*, infinie à T^* et positive au-dessous de T^*. Nous désignerons par H les valeurs des Q_2 entre les points d'inversion T^{**} et T^* et par K celles que prennent les Q_2 au-dessous du premier point T^* (voir la fig. 3.).

Plaçons-nous maintenant dans les conditions d'expériences que M. Olszewski a réalisées. Considérons des variations égales de la pression initiale (en sorte que $\delta R_1 = \delta R_2$) et proposons-nous d'étudier les variations que subiront, à gauche du point critique, les pressions Q_1, et à sa droite, les pressions Q_2. Comparons en particulier les variations δQ_1 et δQ_2 qui correspondent à la même température: $T_1 = T_2$. On a alors

$$(24) \quad \ldots \quad \frac{\delta Q_1}{\delta Q_2} = \frac{R_2 \Gamma}{R_1 \gamma}.$$

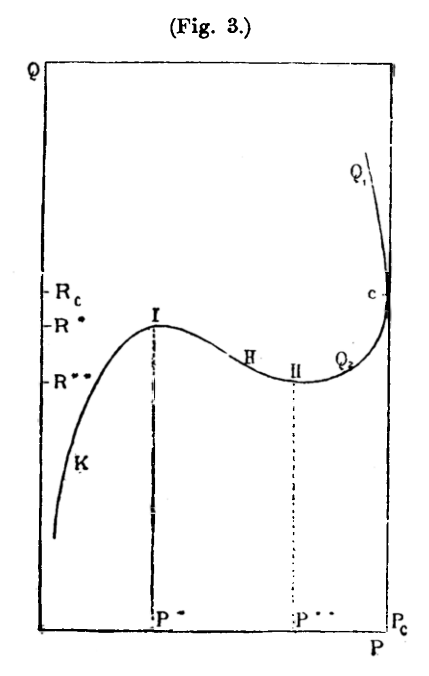
Au point critique, Γ / γ a pour valeur -1; ainsi le rapport $\delta Q_1 / \delta Q_2$ y est pareillement égal à -1. A des températures plus basses la quantité γ est grande et positive; la quantité Γ est négative et tend rapidement vers zéro; R_2 diminue, R_1 augmente. Il en résulte que $\delta Q_1 / \delta Q_2$ tend rapidement vers zéro et devient égal à zéro au second point d'inversion T^{**}; au voisinage de cette température les variations δQ_2 sont in-

finiment plus rapides que les variations δQ_1. Ce résultat théorique fournit l'explication des phénomènes que M. Olszewski a observés en faisant subir la détente à l'hydrogène porté à -211^0 C. La pression de 80 atm. est évidemment celle que nous avons designée par R_c; la pression de 20 atm. est la pression critique P_c ou Q_c; on conçoit maintenant que le phénomène d'ébullition brusque se soit produit toujours à la pression de 20 atm. lorsque la pression initiale était supérieure à 80 atm., tandis que pour des pressions initiales moindres il avait lieu à 18 atm., à 16 atm. etc. Admettons, pour avoir un exemple numérique, que les adiabatiques pour lesquelles $R_1 = 90$ atm. et $R_2 = 70$ atm. soient précisément celles qui coupent la courbe de saturation à une même température $T_1 = T_2$; et que le rapport Γ/γ, à cette température, ait par exemple $-0{,}05$ pour valeur; δQ_2 étant égale à 2 atm., nous aurons: $\delta Q_1 = -0{,}078$ atm.; ceci est inférieur de beaucoup, de par la nature de l'expérience et la construction du manomètre, à ce que l'observation pouvait faire constater, ainsi que M. Olszewski a eu l'obligeance de nous l'apprendre.

Poursuivons maintenant notre discussion générale. D'après ce qui a été prouvé au §. 1., il est évident qu'à la seconde température d'inversion T^{**} l'adiabatique est tangente à la courbe de saturation (fig. 1, II) et ne pénètre nulle part à l'intérieur de la région de coexistence dont cette courbe constitue la limite. A partir de cette adiabatique particulière, toutes celles qui correspondent à des pressions initiales inférieures seront situées dans la région de la vapeur surchauffée; dans le cas où l'une d'elles viendrait pénétrer à l'intérieur de la région de coexistence celà n'arrivera à coup sûr qu'à une température inférieure à la première température d'inversion T^*, et sous une pression K, inférieure à la pression P^*. Toutes les adiabatiques qui correspondent, au contraire, à des pressions initiales supérieures à celle qui convient à l'adiabatique tangente au point II (fig. 1) et qui ont coupé la courbe de saturation, sous des pressions Q, en entrant dans la région de coexistence, la couperont nécessai-

rement une seconde fois, sous des pressions *H*, en sortant de la dite région. La détente qui s'effectue suivant ces adiabatiques aura par conséquent pour effet de faire apparaître un brouillard sous une pression *Q*, et de le faire de nouveau disparaître sous une pression *H*. Les pressions Q_2 augmenteront avec les pressions initiales *R*; pour les pressions *H* c'est le contraire qui a lieu. La limite inférieure de ces pressions *H* est *P**, la pression de la vapeur saturée au premier point

(Fig. 3.)



d'inversion; la limite supérieure est *P*** (fig. 3). Ces considérations expliquent, nous semble-t-il, le mécanisme de ce que M. Olszewski a décrit sous le nom d'ébullition brusque. Dans notre opinion c'est plutôt à l'action même de la détente qu' à une absorption supposée de chaleur qu' il convient de rapporter la disparition des gouttelettes liquides; la détente, en effet, se prolongeant, aura vite diminué la pression au-dessous de *Q* et atteint la pression *H*. Aussi est-il vraisem-

blable que les pressions de 18 atm., de 16 atm., que donne M. Olszewski, ne sont que des valeurs intermédiaires comprises entre les Q_2 et les valeurs de H correspondantes; et ce serait là une raison de plus pour que ces pressions observées diminuassent rapidement au-dessous du point critique.

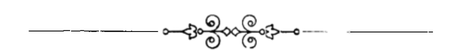
Il appartiendrait à l'expérience de vérifier les diverses conclusions auxquelles la discussion précédente nous a amenés.

§. 3. La dernière question que nous nous proposons de considérer est celle de savoir quelle pourrait être, pour l'hydrogène, la situation des températures d'inversion. Il serait inutile de chercher à les calculer avec quelque certitude. Aussi nous permettrons-nous de hasarder la supposition que les températures d'inversion des différents corps se correspondent, du moins en première approximation; c'est-à-dire que les températures d'inversion spécifiques τ^* et τ^{**} (rapports des températures absolues T^* et T^{**} et des températures critiques) sont les mêmes. Voici quelques données cumériques dont la plupart cependant semble mériter peu de nonfiance:

Eau:	$\tau^* > 0{,}74$	(d'après les calculs de Clausius)
Sulfure de carbone:	$\tau^* > 0{,}79$	(M. Duhem)
Acétone: . . .	$\tau^* = 0{,}92$	(M. Cazin)
Ether:	$\tau^* < 0{,}59$	(Clausius)
Benzine: . . .	$\tau^* = 0{,}66$	(M. Duhem)
	$\tau^* = 0{,}67$	(M. Cazin)
	$\tau^* = 0{,}70$	(M. Dupré)
Chloroforme: . .	$\tau^* = 0{,}74$	(M. Cazin; M. Dupré)
	$\tau^* = 0{,}65$	(M. Duhem)
Chlorure de carbone:	$\tau^* = 0{,}72$	(M. Cazin; M. Dupré)
	$\tau^* = 0{,}71$	(M. Duhem).

Admettons pour le moment 0,75 comme valeur de τ^* pour l'hydrogène; nous aurons, dans ce cas, -242^0 C. comme premier point d'inversion T^*; cette température serait donc

peu différente du point d'ébullition de l'hydrogène (sous la pression atmosphérique) qui, d'après nos prévisions, est situé à — 244° C. Le second point d'inversion se trouverait entre — 242° C. et la température critique qui serait de — 232° C., d'après les calculs que nous avons publiés précédemment.



Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza generalnego Stanisława Smolki.

Kraków, 1895. — Drukarnia Uniw. Jagiellońskiego, pod zarządem A. M. Kosterkiewicza.

15. Maja 1895.

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE
1873 — 1894

Librairie de la Société anonyme polonaise
(Spółka wydawnicza polska)
à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 59 fl.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXI (5 planches. vol. I épuisé). — 59 fl.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XXX (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 68 fl.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, 4 volumes (81 planches, 115 gravures dans le texte). — 20 fl.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 13·50 fl.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 7 vol. — 20 fl. 50 kr.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 3 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 2 fl. — Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 3 fl. — Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 1 fl. 50 kr.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI siècle)*, in 8-vo, 29 livr. — 17 fl. 30 kr.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 14 volumes. — 76 fl.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed. Piekosiński. 10 fl. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki. 16 fl. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 15 fl. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 5 fl. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 10 fl. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed. Prochaska. 10 fl. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 5 fl. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 5 fl.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 10 (I—IV, VI—VIII, X, XI, XV.) volumes. — 34 fl.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 3 fl. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 3 fl. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 3 fl. — Vol VII, X, XIV Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 7 fl. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski. 2 fl. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 7 fl.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 6 vol. — 18 fl.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 78 fl.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 5 fl. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674 ed. Kluczycki. 10 fl. — Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 15 fl. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 15 fl. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 5 fl. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 20 fl. — Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 5 fl. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 3 fl.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 51 fl.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. Tomi I. fasciculus I. II. III. in 8-vo. — 4 fl. 50 kr.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 36 fl.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 6 fl. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 3 fl. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 3 fl. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 3 fl. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 3 fl. — Vol. VII, Acta expedition. bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 6 fl. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 8 fl. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 3 fl. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 1 fl.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 4 fl.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 85 fl.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 26 volumes (181 planches). — 95 fl. 50 kr.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *(Comptes rendus de la Commission de physiographie)*, in 8-vo, 25 volumes (III. IV—XXIX, 50 planches, vol. I. II. IV. V épuisés). — 104 fl.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 4 livraisons (19 planches) (à suivre). — 16 fl.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *(Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 17 vol. II—XVII (99 pl., vol. I épuisé). — 59 fl.

Kowalczyk J., »O sposobach wyznaczania biegu ciał niebieskich.« *(Methodes pour déterminer le cours des corps célestes)*, in 8-vo, 1889. — 5 fl. **Mars A.**, »Przekrój zamrożonego ciała osoby zmarłej podczas porodu skutkiem pęknięcia macicy«. *(Coupe du cadavre gelé d'une personne morte pendant l'accouchement par suite de la rupture de la matrice)*, 4 planches in folio avec texte, 1890. — 6 fl. **Kotula B.**, »Rozmieszczenie roślin naczyniowych w Tatrach.« *(Distributio plantarum vasculosarum in montibus Tatricis)*, 8-vo, 1891. — 5 fl. **Morawski C.**, »Andrzej Patrycy Nidecki, jego życie i dzieła.« *(André Patricius Nidecki, humaniste polonais, sa vie et ses oeuvres)*, 8-vo, 1892. — 3 fl. **Finkel L.**, »Bibliografia historyi polskiej.« *(Bibliographie de l'histoire de Pologne)*, 8-vo, 1891. — 6 fl. **Matlakowski V.**, »Budownictwo ludowe na Podhalu.« *(Construction des maisons rurales dans la contrée de Podhale)*, 23 planches in 4-to, texte explicatif in 8-vo imp. 1892. 7 fl. 50 kr. **Teichmann L.**, »Naczynia limfatyczne w słoniowacinie.« *(Elephantiasis arabum)*, 5 planches in folio avec texte. 1892. — 3 fl. **Hryncewicz J.**, »Zarys lecznictwa ludowego na Rusi południowej.« *(La médecine populaire dans la Ruthénie méridionale)*, in 8-vo 1893. — 3 fl. **Piekosiński F.**, »Sredniowieczne znaki wodne. Wiek XIV.« *(Les marques en filigrane des manuscrits conservés dans les Archives et bibliothèques polonaises, principalement celles de Cracovie, XIVe siècle)*, in 4-to, 1893. — 4 fl. **Swiętek J.**, »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines de la Raba en Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 4 fl. **Górski K.**, »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo, 1893. — 2 fl. 60 ct. »Historya jazdy polskiej« *(Histoire de la cavallerie polonaise)*, in 8-vo, 1894. — 3 fl. 50 ct.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-0, 1874—1893 19 vol. (1873 épuisé) — 11 fl. 40 kr.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *(Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 2 fl.